

---

# 误差理论与测量平差基础

---

主讲： 戴华阳 教授  
中国矿业大学（北京）

---

# 绪 论

---

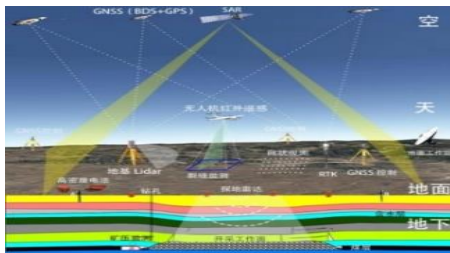
- 一、本课程针对的工程科学问题
  - 二、平差理论研究简史
  - 三、课程内容
  - 四、本课程的数学基础及专业影响
  - 五、教与学
-

# 一、课程针对的工程科学问题

## 1、测绘工作的重要作用和目的



天对地卫星观测



“空天地”观测



地对天天文观测



地面观测

目的：获取**精确**的观测值

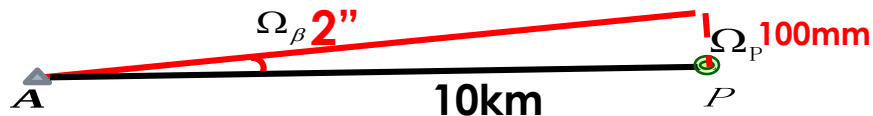
有一个**事实**相告：观测误差不可避免。

**误差**问题具有**普遍性**，**需要解决**。

# 一、课程针对的工程科学问题

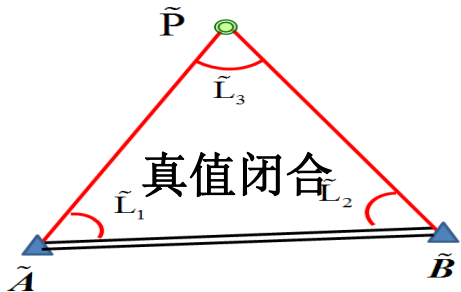
## 2、误差问题与危害

- 问题1：误差会传播、放大，造成工程失败

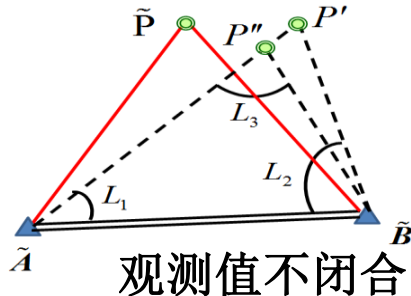


- 问题2：误差产生数据矛盾(几何不闭合)

真值： $\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3 - 180^\circ = 0$



观测值： $L_1 + L_2 + L_3 - 180^\circ = w \neq 0$



如  $w=3''$

因此，观测值一般不能直接用，需要处理闭合差，获取合理数据。

# 一、课程针对的工程科学问题

## 3、误差如何处理？--平差

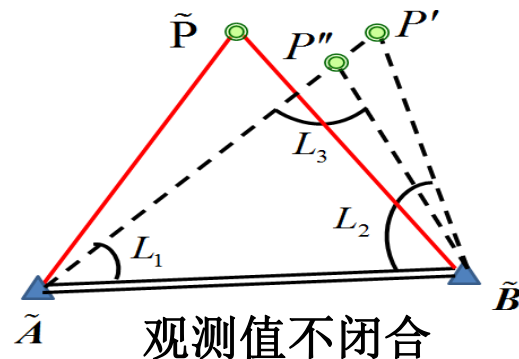
平差的任务—分配闭合差  $w=3''$

$$L_i + \mathbf{v}_i = \hat{L}_i$$

$\mathbf{v}_i = -k_i w$   $k_i$ 平差原则,  $k_i=1/3$ 平均分配



高斯，德国数学家、物理学家和天文学家



$$L_1 + L_2 + L_3 - 180^\circ = w \neq 0$$

解决办法：最小二乘原则  $v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 = \text{Min}$

1794年，高斯从概率统计角度提出该方法。  
奠定了本课程的理论基础！

## 二、平差理论研究简史

---

### 1、最小二乘法产生

**问题实质：**18世纪末提出，如何从多个观测值求未知量的最佳值？

- 1794年，高斯从概率统计角度提出了最小二乘原则。
  - 1806年，勒戎德乐从代数角度提出了最小二乘方法，《决定彗星轨道的新方法》。
  - 1809年，高斯《天体运动的理论》详细叙述了最小二乘法。
  - 1912年，马尔柯夫确立马尔柯夫-高斯平差模型，对最小二乘原理进行了证明，形成了数学模型。
-

## 二、平差理论研究简史

---

### 2、近代平差理论的发展-涉及更广泛、更复杂的误差问题

- (1) 相关平差
  - (2) 顾及随机参数的最小二乘滤波、推估和配置
  - (3) 秩亏平差
  - (4) 方差-协方差估计理论的研究、应用
  - (5) 统计假设检验理论的研究、应用
  - (6) 粗差探测法和可靠性理论
-

### 三、课程内容

内容：1) 误差理论—描述误差的基础知识(一、二、九章)

2) 测量平差—处理误差的基本方法(三~八、十、十一章)

第一章 观测误差

第二章 误差与协方差传播律

第三章 测量平差概述

第四章 条件平差

第五章 附有参数的条件平差

第六章 间接平差

第七章 附有限制条件的间接平差

第八章 经典平差方法概括

第九章 点位精度与误差椭圆

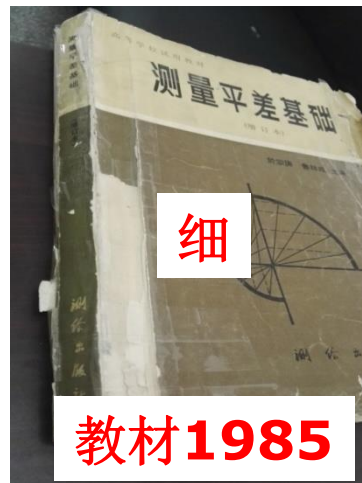
第十章 平差系统的假设检验

第十一章 近代平差方法简介

第十二章 平差方法应用

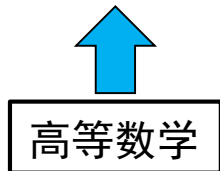
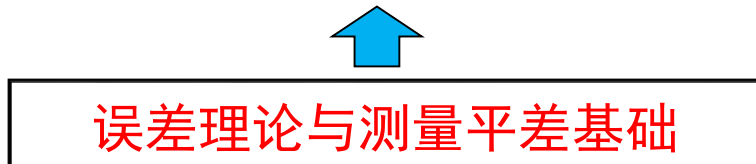
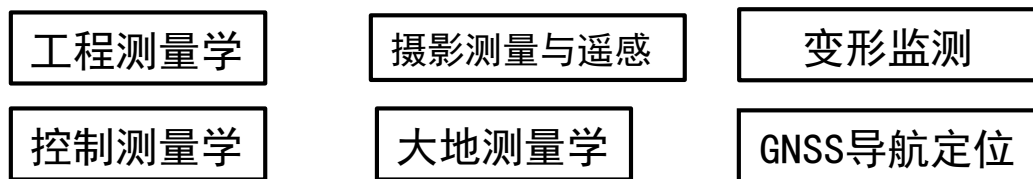


学时64

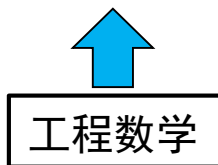


学时120

## 四、本课程的数学基础及专业影响



微积分、  
泰勒级数



概率论、数理统计、  
线性代数、  
矩阵论

基础理论、数学模型、  
优化算法

专业课有紧密的**知识联系**，对其他课程的学习有**重要影响**

- 1) 数据处理的方法
- 2) 成果评估的方法
- 3) 观测设计的依据

# 课程性质、特点

---

- **性质：**测绘工程、遥感科学与技术的专业基础课。
- **特点：**理论性强、实用性强。
- **趋势：**



图片来源：东华理工大学新闻网

**陶本藻教授：**以GNSS\RS\GIS为代表的近代测量数据**更为复杂**，数据处理**更具必要性和重要性**，测量数据处理理论和方法，过去是，当今仍然是测绘学科中的**核心研究内容**。

# 五、教与学

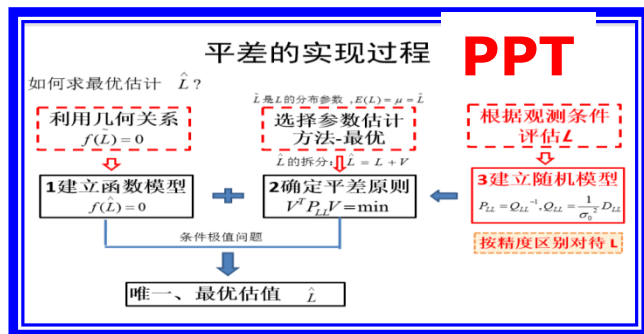
## 1、多种手段，综合施教



板书



展板



辅导

## 2、学习要求-记、练、用

# 学生笔记

[illegible]

27.05.2012 09:27

## 期中测验

1. (10分) 计算行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

2. (10分) 求向量  $\vec{a} = (1, 2, 3)$  与  $\vec{b} = (4, 5, 6)$  的夹角。

3. (10分) 求函数  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  的极值。

4. (10分) 求微分方程  $y' + y = 0$  的通解。

5. (10分) 求不定积分  $\int \frac{1}{x^2 + 1} dx$ 。

6. (10分) 求二重积分  $\int_0^1 \int_0^1 xy dx dy$ 。

7. (10分) 求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  的和。

8. (10分) 求偏微分方程  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$  的通解。

9. (10分) 求多元函数  $f(x, y) = x^2 + y^2$  在点  $(1, 1)$  处的泰勒展开式。

10. (10分) 求微分方程组  $\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$  的通解。

[illegible]

# 教学目标-听得懂、记得住、用得上

---

以上是本节课的内容。

同学们，下节课再见！

---